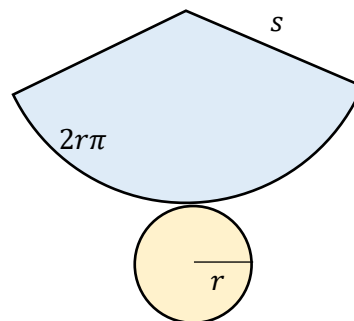
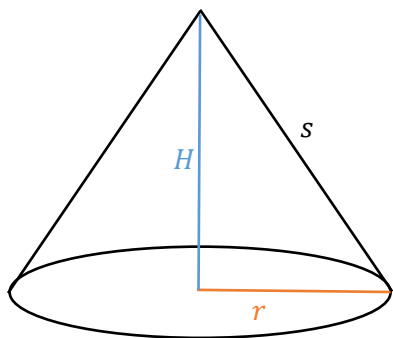


Купа



r – полупречник основе купе

s – изводница купе

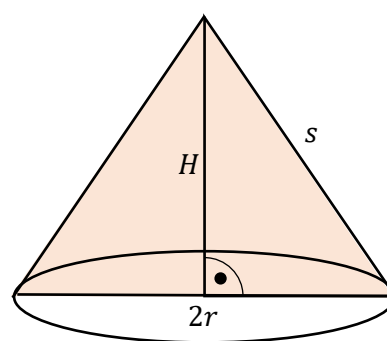
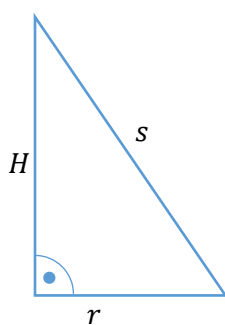
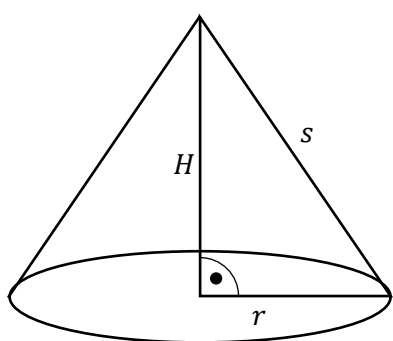
H – висина купе

$B = r^2\pi$ површина основе

$M = r\pi s$ површина омотача

$P = B + M$ површина купе

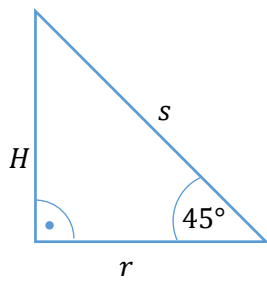
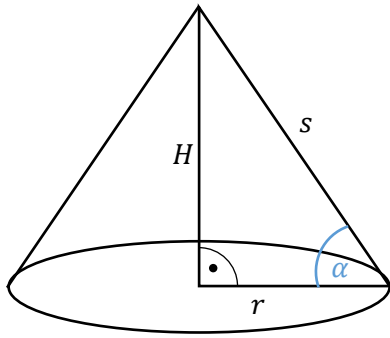
$V = \frac{1}{3} \cdot BH$ запремина купе



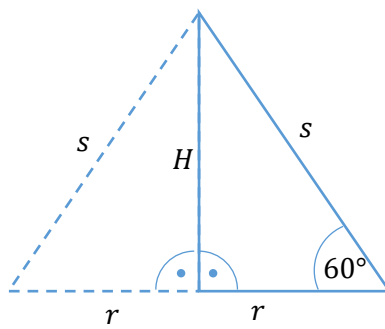
$$s^2 = H^2 + R^2$$

$$P_{op} = \frac{2rH}{2} = rH \quad \text{површина осног пресека купе}$$

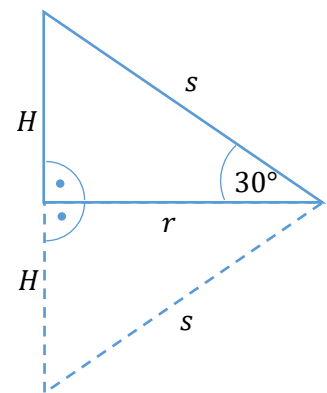
Угао између изводнице и равни основе $\varphi(s, r) = \alpha, \alpha \in \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$.



$$H = r$$

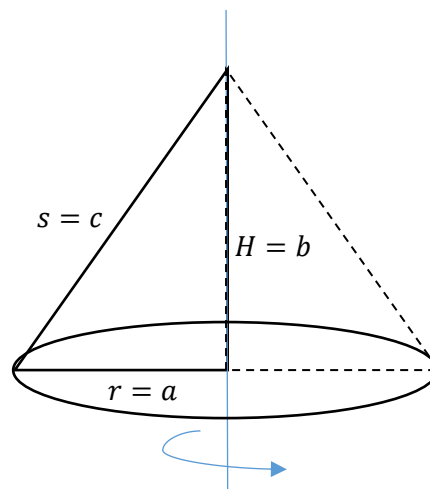
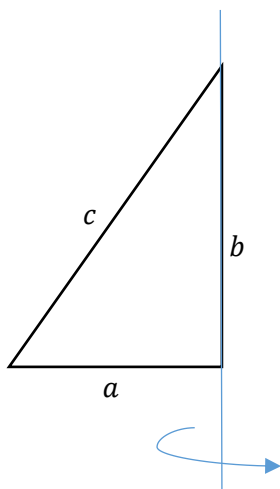


$$s = 2r$$



$$s = 2H$$

Ротација правоуглог троугла око катете.



Пример 1.

Израчунај површину и запремину праве кружне купе ако је полупречник основе 5 *cm* а висина 12 *cm*.

Решење:

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$H = 12 \text{ cm}$$

$$B = r^2\pi$$

$$B = 5^2\pi$$

$$B = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot BH$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 25\pi \cdot 12$$

$$V = 100\pi \text{ cm}^3$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$s^2 = 5^2 + 12^2$$

$$s^2 = 25 + 144$$

$$s^2 = 169$$

$$s = 13 \text{ cm}$$

$$M = r\pi s$$

$$M = 5 \cdot \pi \cdot 13$$

$$M = 65\pi$$

$$P = B + M$$

$$P = 25\pi + 65\pi$$

$$P = 90\pi \text{ cm}^2$$

Пример 2.

Израчунај површину купе чија је запремина $3\pi \text{ cm}^3$ а површина основе $3\pi \text{ cm}^2$.

Решење:

$$V = 3\pi \text{ cm}^3$$

$$B = 3\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot BH$$

$$3\pi = \frac{1}{3} \cdot 3\pi \cdot H$$

$$3\pi = H\pi \quad /: \pi$$

$$H = 3 \text{ cm}$$

$$B = r^2\pi$$

$$3\pi = r^2\pi \quad /: \pi$$

$$r^2 = 3$$

$$r = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$s^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2$$

$$s^2 = 3 + 9$$

$$s^2 = 12$$

$$s = \sqrt{12}$$

$$s = \sqrt{4 \cdot 3}$$

$$s = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$M = r\pi s$$

$$M = \sqrt{3} \cdot \pi \cdot 2\sqrt{3}$$

$$M = 6\pi \text{ cm}^2$$

$$P = B + M$$

$$P = 3\pi + 6\pi$$

$$P = 9\pi \text{ cm}^2$$

Пример 3.

Обим основе праве кружне купе је 6π *cm* а висина 4 *cm*. Израчунај површину и запремину те купе.

Решење:

$$O = 6\pi \text{ cm}$$

$$H = 4 \text{ cm}$$

$$O = 2r\pi$$

$$6\pi = 2r\pi \quad /: 2\pi$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$s^2 = 3^2 + 4^2$$

$$s^2 = 9 + 16$$

$$s^2 = 25$$

$$s = 5 \text{ cm}$$

$$B = r^2\pi$$

$$B = 3^2\pi$$

$$B = 9\pi \text{ cm}^2$$

$$M = r\pi s$$

$$M = 3 \cdot \pi \cdot 5$$

$$M = 15\pi \text{ cm}^2$$

$$P = B + M$$

$$P = 9\pi + 15\pi$$

$$P = 24\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot BH$$

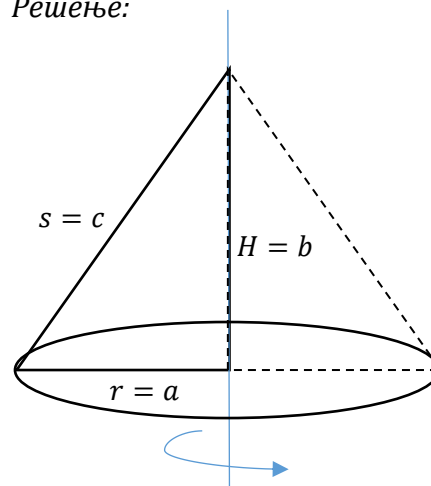
$$V = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 4$$

$$V = 12\pi \text{ cm}^3$$

Пример 4.

Правоугли троугао катета 9 *cm* и 12 *cm* ротира око дуге катете. Израчунај површину и запремину насталог тела.

Решење:



$$r = 9 \text{ cm}$$

$$H = 12 \text{ cm}$$

$$B = r^2\pi$$

$$B = 9^2\pi$$

$$B = 81\pi \text{ cm}^2$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$s^2 = 9^2 + 12^2$$

$$s^2 = 81 + 144$$

$$s^2 = 225$$

$$s = \sqrt{225}$$

$$s = 15 \text{ cm}$$

$$M = r\pi s$$

$$M = 9 \cdot \pi \cdot 15$$

$$M = 135\pi$$

$$P = B + M$$

$$P = 81\pi + 135\pi$$

$$P = 216\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot BH$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 81\pi \cdot 12$$

$$V = 324\pi \text{ cm}^3$$

Пример 5.

Површина основе праве кружне купе је $108\pi \text{ cm}^2$. Израчунај површину и запремину купе ако изводница заклапа са равни основе угао од 30° .

Решење:

$$B = 108\pi \text{ cm}^2$$

$$\alpha = \sphericalangle(s, r) = 30^\circ$$

$$B = r^2\pi$$

$$108\pi = r^2\pi$$

$$r^2 = 108$$

$$r = \sqrt{108}$$

$$r = \sqrt{36 \cdot 3}$$

$$r = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$s = 2H$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$(2H)^2 = (6\sqrt{3})^2 + H^2$$

$$4H^2 = 36 \cdot 3 + H^2$$

$$4H^2 - H^2 = 108$$

$$3H^2 = 108$$

$$H^2 = 36$$

$$H = 6 \text{ cm}$$

$$s = 2 \cdot 6$$

$$s = 12 \text{ cm}$$

$$M = r\pi s$$

$$M = 6\sqrt{3} \cdot \pi \cdot 12$$

$$M = 72\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$$

$$P = B + M$$

$$P = 108\pi + 72\sqrt{3}\pi$$

$$P = 36\pi \cdot (3 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot BH$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 108\pi \cdot 6$$

$$V = 216\pi \text{ cm}^3$$

