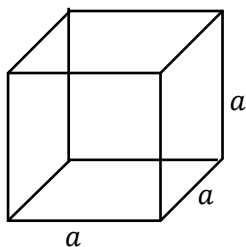


Призма

Коцка



a – ивица коцке

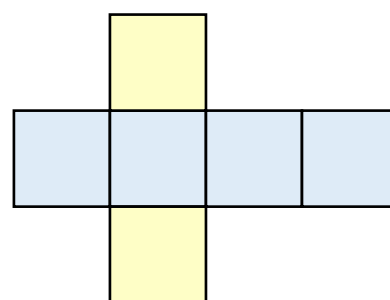
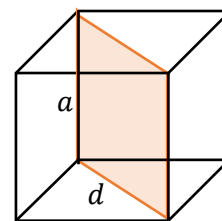
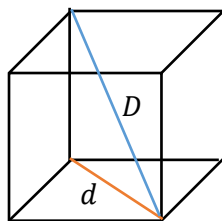
$P = 6a^2$ површина коцке

$V = a^3$ запремина коцке

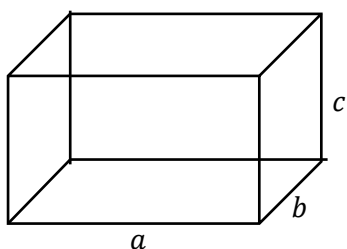
$d = a\sqrt{2}$ дијагонала основе

$D = a\sqrt{3}$ дијагонала призме

$P_{dp} = a^2\sqrt{2}$ површина дијагоналног пресека



Квадар



a, b, c – ивице квадра

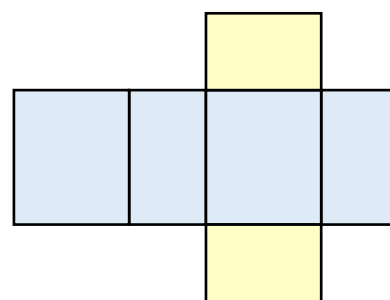
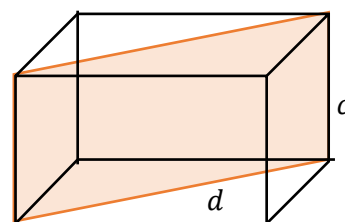
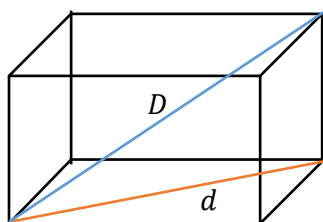
$P = 2ab + 2ac + 2bc$

$V = abc$

$d^2 = a^2 + b^2$

$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$P_{dp} = dc$



површина квадра

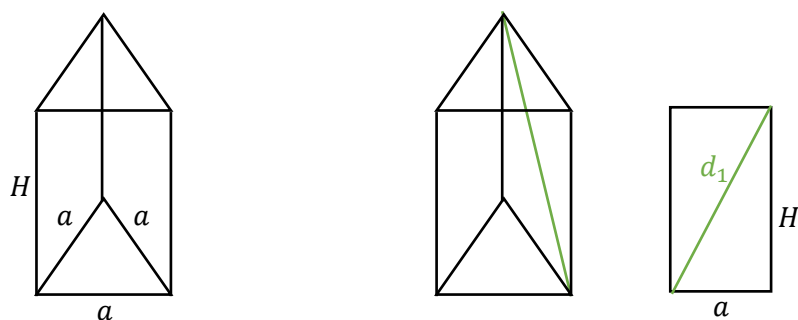
запремина квадра

дијагонала основе

дијагонала призме

површина дијагоналног пресека

Правилна тространа призма



a – основна ивица, H – висина призме

$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

површина основе

$$M = 3aH$$

површина омотача

$$P = 2B + M$$

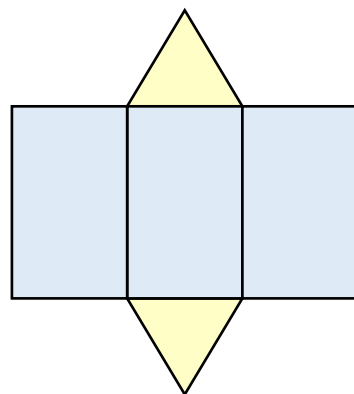
површина призме

$$V = BH$$

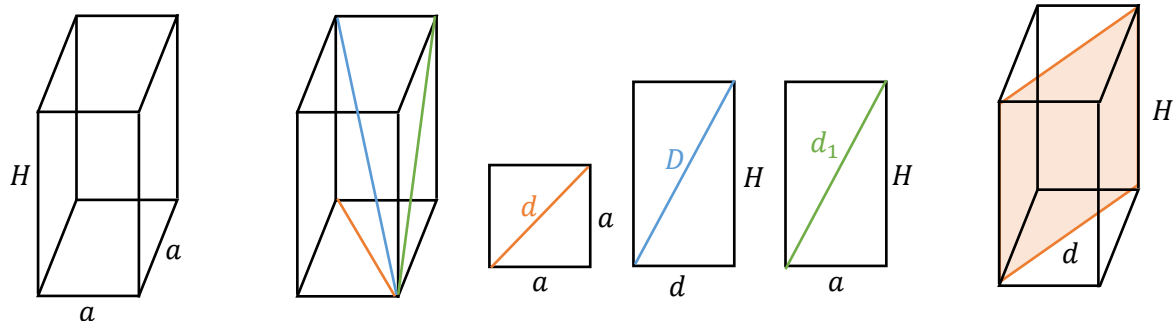
запремина призме

$$d_1^2 = a^2 + H^2$$

дијагонала бочне стране



Правилна четворострана пирамида



a – основна ивица, H – висина призме

$$B = a^2$$

површина основе

$$M = 4aH$$

површина омотача

$$P = 2B + M$$

површина призме

$$V = BH$$

запремина призме

$$d = a\sqrt{2}$$

дијагонала основе

$$D^2 = d^2 + H^2$$

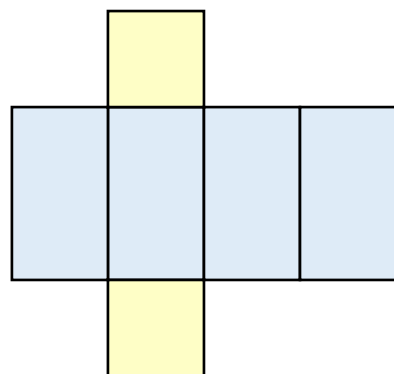
дијагонала призме

$$d_1^2 = a^2 + H^2$$

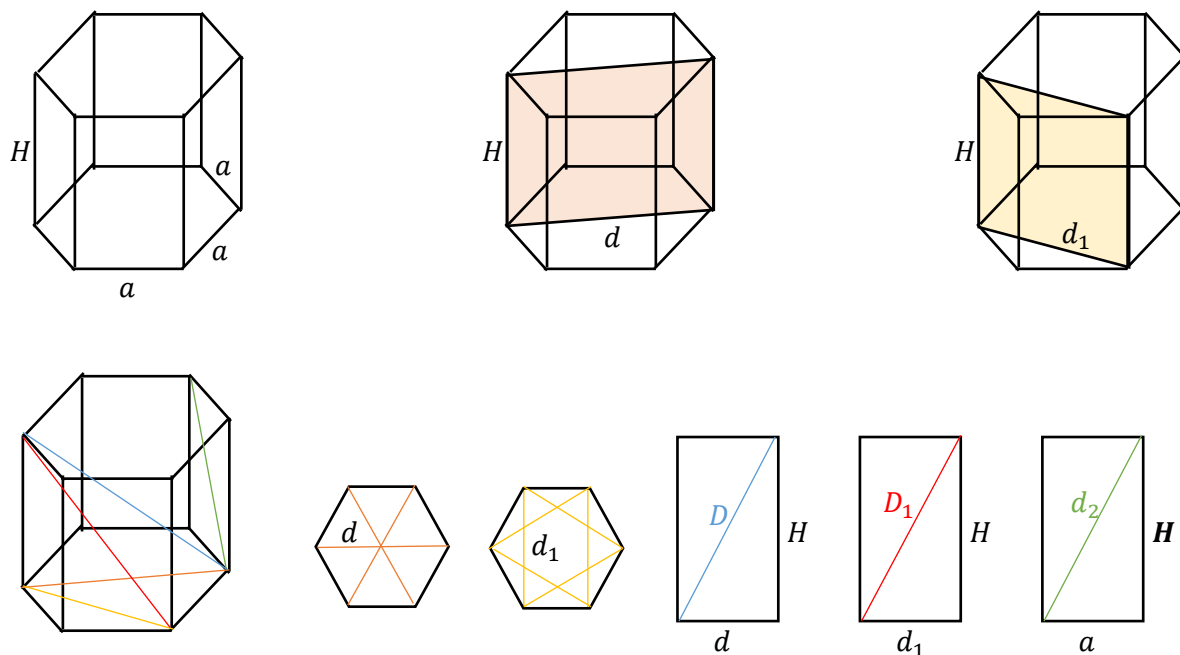
дијагонала бочне стране

$$P_{dp} = dH$$

површина дијагоналног пресека



Правилна шестострана призма



a – основна ивица, H – висина призме

$$B = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

површина основе

$$M = 6aH$$

површина омотача

$$P = 2B + M$$

површина призме

$$V = BH$$

запремина призме

$$d = 2a$$

дужа дијагонала основе

$$d_1 = a\sqrt{3}$$

краћа дијагонала основе

$$D^2 = d^2 + H^2$$

дужа дијагонала призме

$$D_1^2 = d_1^2 + H^2$$

краћа дијагонала призме

$$d_2^2 = a^2 + H^2$$

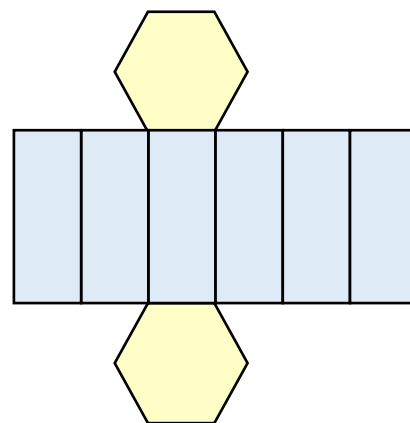
дијагонала бочне стране

$$P_{bs} = dH$$

површина већег дијагоналног пресека

$$P_{bs_1} = d_1H$$

површина мањег дијагоналног пресека



Пример 1.

Израчунај површину и запремину коцке ивице 5 *cm*.

Решење:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$P = 6a^2$$

$$P = 6 \cdot 5^2$$

$$P = 6 \cdot 25$$

$$P = 150 \text{ cm}^2$$

$$V = a^3$$

$$V = 5^3$$

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

Пример 3.

Израчунај површину, запремину и дијагоналау квадрата ивица 3 *cm*, 4 *cm* и 12 *cm*.

Решење:

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$c = 12 \text{ cm}$$

$$P = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$P = 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 12 + 2 \cdot 3 \cdot 12$$

$$P = 24 + 96 + 72$$

$$P = 193 \text{ cm}^2$$

$$V = abc$$

$$V = 3 \cdot 4 \cdot 12$$

$$V = 72 \text{ cm}^3$$

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$D^2 = 3^2 + 4^2 + 12^2$$

$$D^2 = 9 + 16 + 144$$

$$D^2 = 169$$

$$D = 13 \text{ cm}$$

Пример 2.

Збир дужина свих ивица коцке је 24 *cm*. Израчунај површину дијагоналног пресека коцке.

Решење:

$$O = 24$$

$$12a = 24$$

$$a = 2 \text{ cm}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$P_{dp} = da$$

$$P_{dp} = 2\sqrt{2} \cdot 2$$

$$P_{dp} = 4\sqrt{2}$$

Пример 4.

Једна ивица квадрата је 7 *cm* а друге две су размери 3:5. Израчунај површину квадрата ако је запремина 420 *cm*³.

Решење:

$$a = 7 \text{ cm}$$

$$b:c = 3:5 \Rightarrow \begin{matrix} b = 3k \\ c = 5k \end{matrix}$$

$$V = 420 \text{ cm}^3$$

$$V = abc$$

$$420 = 7 \cdot 3k \cdot 5k$$

$$420 = 105k^2$$

$$k^2 = 420:105$$

$$k^2 = 4$$

$$k = 2$$

$$b = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$$

$$c = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}$$

$$P = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$P = 2 \cdot 7 \cdot 6 + 2 \cdot 7 \cdot 10 + 2 \cdot 6 \cdot 10$$

$$P = 84 + 140 + 120$$

$$P = 344 \text{ cm}^2$$

Пример 5.

Израчунај површину и запремину правилне тростране призме основне ивице 4 *cm* и висине 2 *cm*.

Решење:

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$H = 2 \text{ cm}$$

$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = \frac{4^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = \frac{16\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$M = 3aH$$

$$M = 3 \cdot 4 \cdot 2$$

$$M = 24 \text{ cm}^2$$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot 4\sqrt{3} + 24$$

$$P = 8\sqrt{3} + 24$$

$$P = 8 \cdot (\sqrt{3} + 3) \text{ cm}^2$$

$$V = BH$$

$$V = 4\sqrt{3} \cdot 2$$

$$V = 8\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Пример 7.

Колико квадратних метара картона треба да се направи кутија облика квадра димензија 50 *cm*, 40 *cm* и 45 *cm*.

Решење:

$$a = 50 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$c = 45 \text{ cm}$$

$$P = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$P = 2 \cdot 50 \cdot 40 + 2 \cdot 40 \cdot 45 + 2 \cdot 50 \cdot 45$$

$$P = 4000 + 3600 + 4500$$

$$P = 12100 \text{ cm}^2 = 1,21 \text{ m}^2$$

Пример 6.

Израчунај висину правилне тростране призме чија је основна ивица 8 *cm* и површина $56\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Решење:

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$P = 56\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = \frac{8^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$P = 2B + M$$

$$56\sqrt{3} = 2 \cdot 16\sqrt{3} + M$$

$$56\sqrt{3} = 32\sqrt{3} + M$$

$$M = 56\sqrt{3} - 32\sqrt{3}$$

$$M = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$M = 3aH$$

$$24\sqrt{3} = 3 \cdot 8 \cdot H$$

$$24\sqrt{3} = 24H \quad /: 24$$

$$H = \sqrt{3} \text{ cm}$$

Пример 8.

Израчунај површину и запремину правилне четворостране призме основне ивице 7 *cm* и висине 15 *cm*.

Решење:

$$a = 7 \text{ cm}$$

$$H = 15 \text{ cm}$$

$$B = a^2$$

$$B = 7^2$$

$$B = 49 \text{ cm}^2$$

$$M = 4aH$$

$$M = 4 \cdot 7 \cdot 15$$

$$M = 420 \text{ cm}^2$$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot 49 + 420$$

$$P = 98 + 420$$

$$P = 518 \text{ cm}^2$$

$$V = BH$$

$$V = 49 \cdot 15$$

$$V = 735 \text{ cm}^3$$

Пример 9.

Израчунај површину правилне четворостране призме чија је висина 12 *cm* а запремина 768 *cm*³.

Решење:

$$H = 12 \text{ cm}$$

$$V = 768 \text{ cm}^3$$

$$V = BH$$

$$768 = B \cdot 12$$

$$B = 768 : 12$$

$$B = 64 \text{ cm}^2$$

$$B = a^2$$

$$64 = a^2$$

$$a = \sqrt{64}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$M = 4aH$$

$$M = 4 \cdot 8 \cdot 12$$

$$M = 384 \text{ cm}^2$$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot 64 + 384$$

$$P = 128 + 384$$

$$P = 512 \text{ cm}^2$$

Пример 10.

Израчунај површину дијагоналног пресека правилне четворостране призме чија је површина основе 48 *cm*² и висина 12 *cm*.

Решење:

$$B = 48 \text{ cm}^2$$

$$H = 12 \text{ cm}$$

$$B = a^2$$

$$48 = a^2$$

$$a = \sqrt{48}$$

$$a = \sqrt{16 \cdot 3}$$

$$a = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$d = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 4\sqrt{6}$$

$$P_{dp} = dH$$

$$P_{dp} = 4\sqrt{6} \cdot 12$$

$$P_{dp} = 48\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

Пример 11.

Израчунај површину и запремину правилне шестостране призме основне ивице 4 *cm* и висине 10 *cm*.

Решење:

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$H = 10 \text{ cm}$$

$$B = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 6 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 6 \cdot \frac{16\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 6 \cdot 4\sqrt{3}$$

$$B = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$M = 6aH$$

$$M = 6 \cdot 4 \cdot 10$$

$$M = 240 \text{ cm}^2$$

$$P = 2B + M$$

$$P = 2 \cdot 24\sqrt{3} + 240$$

$$P = 48\sqrt{3} + 240$$

$$P = 16 \cdot (3\sqrt{3} + 15) \text{ cm}^2$$

$$V = BH$$

$$V = 24\sqrt{3} \cdot 10$$

$$V = 240\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Пример 12.

Дата је правилна шестострана призма површине основе $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ и површина омотача 360 cm^2 . Израчунај дужу дијагоналау призме и површину мањег дијагоналног пресека призме.

Решење:

$$B = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$M = 360 \text{ cm}^2$$

$$B = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$24\sqrt{3} = \frac{6a^2\sqrt{3}}{4} \quad / \cdot 4$$

$$6a^2\sqrt{3} = 96\sqrt{3} \quad / : 6\sqrt{3}$$

$$a^2 = 16$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$M = 6aH$$

$$360 = 6 \cdot 4 \cdot H$$

$$24H = 360 \quad / : 24$$

$$H = 15 \text{ cm}$$

$$d = 2a$$

$$d = 2 \cdot 4$$

$$d = 8 \text{ cm}$$

$$D^2 = d^2 + H^2$$

$$D^2 = 8^2 + 15^2$$

$$D^2 = 64 + 225$$

$$D^2 = 289$$

$$D = \sqrt{289}$$

$$D = 17 \text{ cm}$$

$$d_1 = a\sqrt{3}$$

$$d_1 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$P_{dp_1} = d_1H$$

$$P_{dp_1} = 4\sqrt{3} \cdot 15$$

$$P_{dp_1} = 60\sqrt{3} \text{ cm}^2$$