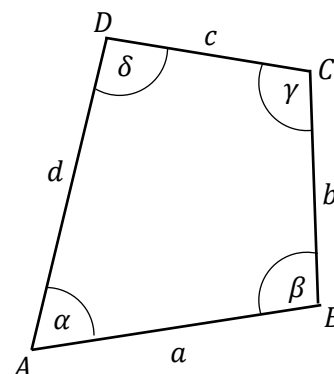


## Четвороугао

Четвороугао је многоугао који има четири странице.

Основни елементи троугла су:

- темена  $A, B, C$  и  $D$
- странице  $a, b, c$  и  $d$
- унутрашњи углови  $\alpha, \beta, \gamma$  и  $\delta$   
спољашњи углови  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  и  $\delta_1$



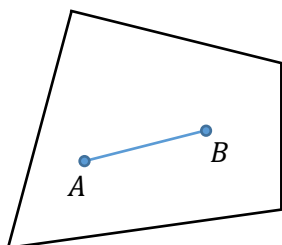
Збир унутрашњих углова у четвороуглу је  $360^\circ$  тј.  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$ .

Збир спољашњих углова у четвороуглу је  $360^\circ$  тј.  $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360^\circ$ .

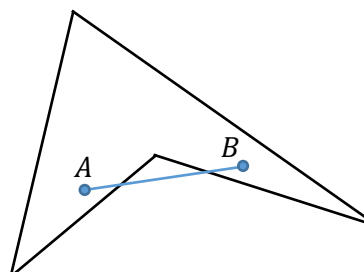
Спољашњи и њему суседни унутрашњи угао су суплементни тј.  $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$ ,  
 $\beta + \beta_1 = 180^\circ$ ,  $\gamma + \gamma_1 = 180^\circ$  и  $\delta + \delta_1 = 180^\circ$ .

Четвороугао може да буде:

конвексан



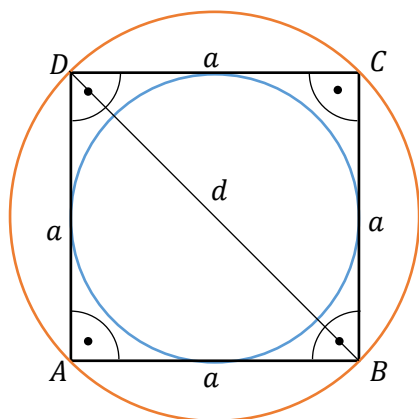
неконвексан



Врсте четвороуглова:

- паралелограми – имају два пара паралелних страница
  - квартат
  - правоугаоник
  - ромб
  - паралелограм
- трапези – имају један пар паралелних страница
  - једнакокраки трапез
  - правоугли трапез
  - разнострани трапез
- трапезоиди – немају паралелне странице
  - делтоид

## Квадрат



$$O = 4a$$

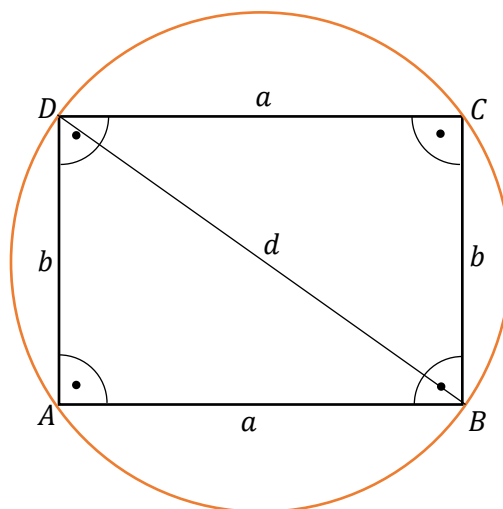
$$P = a^2$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$r_u = \frac{a}{2}$$

$$r_o = \frac{d}{2}$$

## Правоугаоник



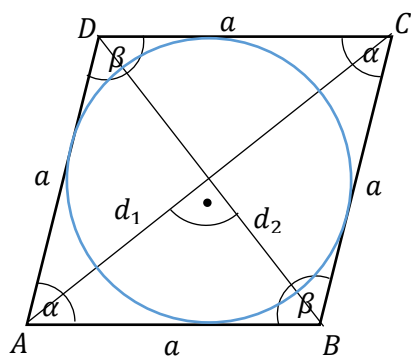
$$O = 2a + 2b$$

$$P = a \cdot b$$

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$r_o = \frac{d}{2}$$

## Ромб



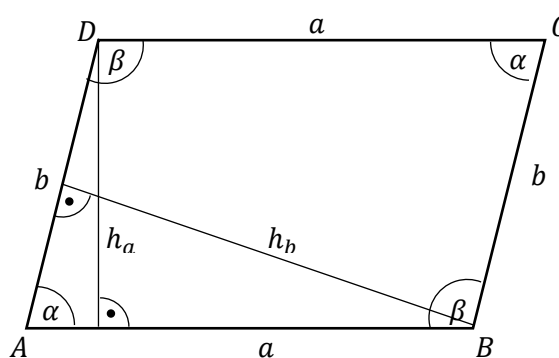
$$O = 4a$$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = a \cdot h$$

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$r_u = \frac{h}{2}$$

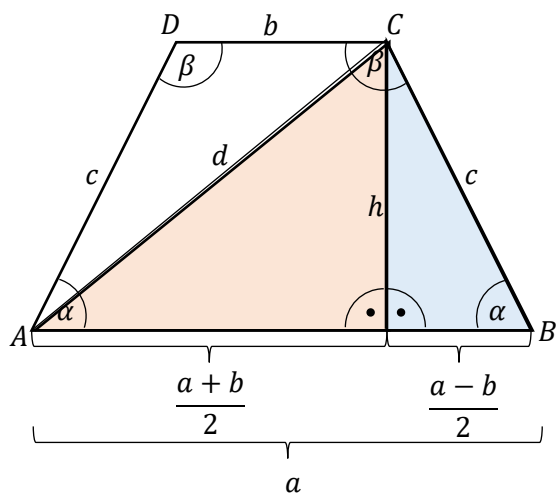
## Паралелограм



$$O = 2a + 2b$$

$$P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

## Једнакократи траpez



$$O = a + b + 2c$$

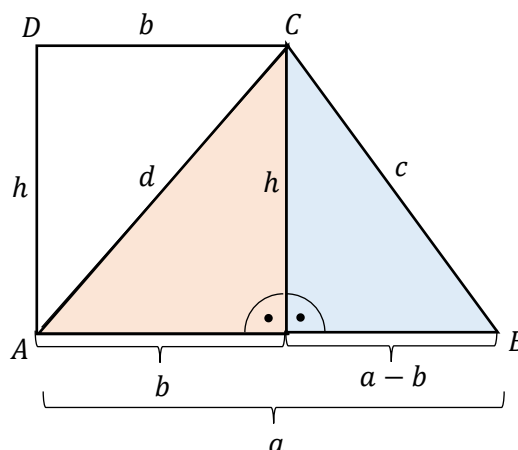
$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$m = \frac{a+b}{2}$$

$$d^2 = h^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

## Правоугли траpez



$$O = a + b + c + h$$

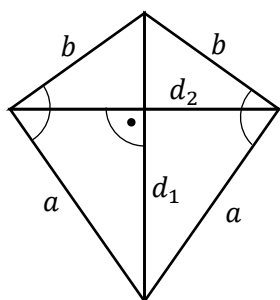
$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$m = \frac{a+b}{2}$$

$$d^2 = h^2 + b^2$$

$$c^2 = h^2 + (a-b)^2$$

## Делтоид



$$O = 2a + 2b$$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

*Пример 1.*

Израчунај површину квадрата чији је обим 24 *cm*.

*Решење:*

$$O = 4a$$

$$24 = 4a$$

$$a = 24 : 4$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$P = a^2$$

$$P = 6^2$$

$$P = 36 \text{ cm}^2$$

*Пример 2.*

Израчунај површину правоугаоника чији је обим 16 *cm* и једна страница за 2 *cm* дужа од друге.

*Решење:*

$$a = b + 2$$

$$O = 16$$

$$2a + 2b = 16$$

$$2 \cdot (b + 2) + 2b = 16$$

$$2b + 4 + 2b = 16$$

$$2b + 2b = 16 - 4$$

$$4b = 12$$

$$b = 12 : 4$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$a = 3 + 2$$

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$P = a \cdot b$$

$$P = 5 \cdot 3$$

$$P = 15 \text{ cm}^2$$

*Пример 3.*

Збир три унутрашња угла неког четвороугла је  $268^\circ$ . Колики је четврти угао?

*Решење:*

$$\alpha + \beta + \gamma = 268^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

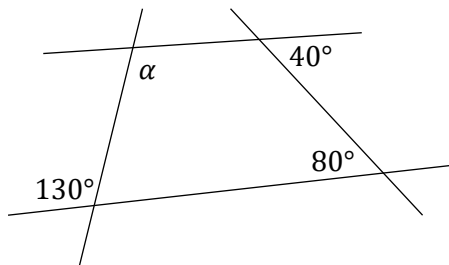
$$268^\circ + \delta = 360^\circ$$

$$\delta = 360^\circ - 268^\circ$$

$$\delta = 92^\circ$$

**Пример 4.**

Одредити угао  $\alpha$  на основу података са слике.



*Решење:*

$$\beta_1 = 130^\circ$$

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ$$

$$\beta + 130^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\beta = 50^\circ$$

$$\gamma = 80^\circ$$

$$\delta_1 = 40^\circ$$

$$\delta + \delta_1 = 180^\circ$$

$$\delta + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\delta = 140^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

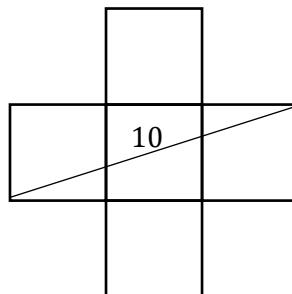
$$\alpha + 50^\circ + 80^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 50^\circ - 80^\circ - 140^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ$$

**Пример 5.**

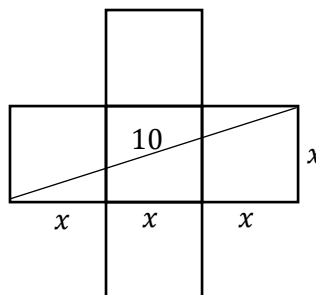
Фигура се састоји од пет подударних квадрата. Израчунај површину те фигуре на основу података са слике.



*Решење:*

Нека је страница квадрата дужине  $x$ .

Тада је:



$$10^2 = (3x)^2 + x^2$$

$$100 = 9x^2 + x^2$$

$$100 = 10x^2$$

$$x^2 = 100 : 10$$

$$x^2 = 10$$

$$P_1 = x^2$$

$$P_1 = 10$$

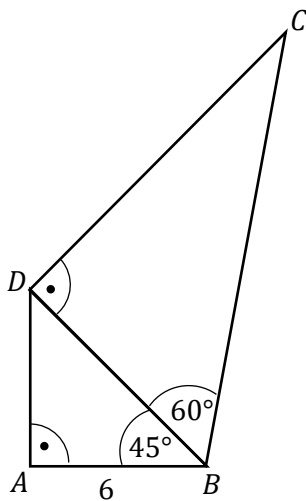
$$P = 5 \cdot P_1$$

$$P = 5 \cdot 10$$

$$P = 50$$

## Пример 6.

Израчунај овим четвороугла на основу података са слике.



Решење:

$$AB = 6$$

Троугао  $ABD$  је правоугли са углом од  $45^\circ$  па је:

$$45^\circ + 90^\circ + \sphericalangle BDA = 180^\circ$$

$$\sphericalangle BDA = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$$

$$\sphericalangle BDA = 45^\circ$$

Троугао  $ABC$  је једнакокраки па је  $AB = AD = 6$ .

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = 6^2 + 6^2$$

$$BD^2 = 36 + 36$$

$$BD^2 = 72$$

$$BD = \sqrt{72}$$

$$BD = \sqrt{36 \cdot 2}$$

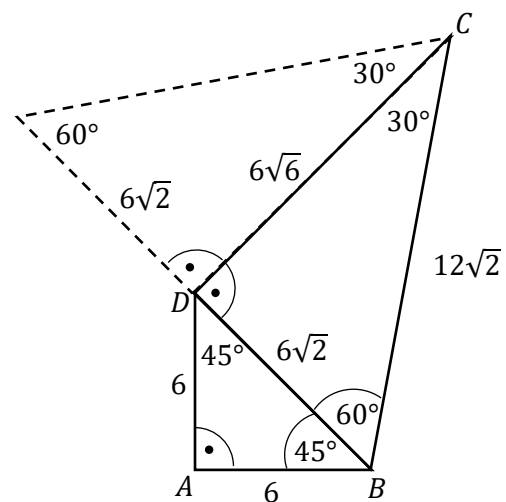
$$BD = 6\sqrt{2}$$

Троугао  $BCD$  је правоугли са углом од  $60^\circ$  па је:

$$60^\circ + 90^\circ + \sphericalangle BCD = 180^\circ$$

$$\sphericalangle BCD = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ$$

$$\sphericalangle BCD = 30^\circ$$



Троугао  $BCD$  допунимо до једнакокракног троугла па је  $BC = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ .

$$BC^2 = DC^2 + DB^2$$

$$(12\sqrt{2})^2 = DC^2 + (6\sqrt{2})^2$$

$$144 \cdot 2 = DC^2 + 36 \cdot 2$$

$$288 = DC^2 + 72$$

$$DC^2 = 288 - 72$$

$$DC^2 = 216$$

$$DC^2 = \sqrt{216}$$

$$DC = \sqrt{36 \cdot 6}$$

$$DC = 6\sqrt{6}$$

$$O = AB + BC + CD + DA$$

$$O = 6 + 12\sqrt{2} + 6\sqrt{6} + 6$$

$$O = 12 + 12\sqrt{2} + 6\sqrt{6}$$

## Пример 7.

Израчунај обим и површину једнакокраког трапеца чије су основице 11 cm и 5 cm и дијагонала  $4\sqrt{5}$  cm.

Решење:

$$a = 11 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$d = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$d^2 = h^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

$$(4\sqrt{5})^2 = h^2 + \left(\frac{11+5}{2}\right)^2$$

$$16 \cdot 5 = h^2 + 8^2$$

$$80 = h^2 + 64$$

$$h^2 = 80 - 64$$

$$h^2 = 16$$

$$h = \sqrt{16}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$P = \frac{11+5}{2} \cdot 4$$

$$P = 8 \cdot 4$$

$$P = 32 \text{ cm}^2$$

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$c^2 = 4^2 + \left(\frac{11-5}{2}\right)^2$$

$$c^2 = 16 + 3^2$$

$$c^2 = 16 + 9$$

$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

$$O = a + b + 2c$$

$$O = 11 + 5 + 2 \cdot 5$$

$$O = 11 + 5 + 10$$

$$O = 26 \text{ cm}$$

