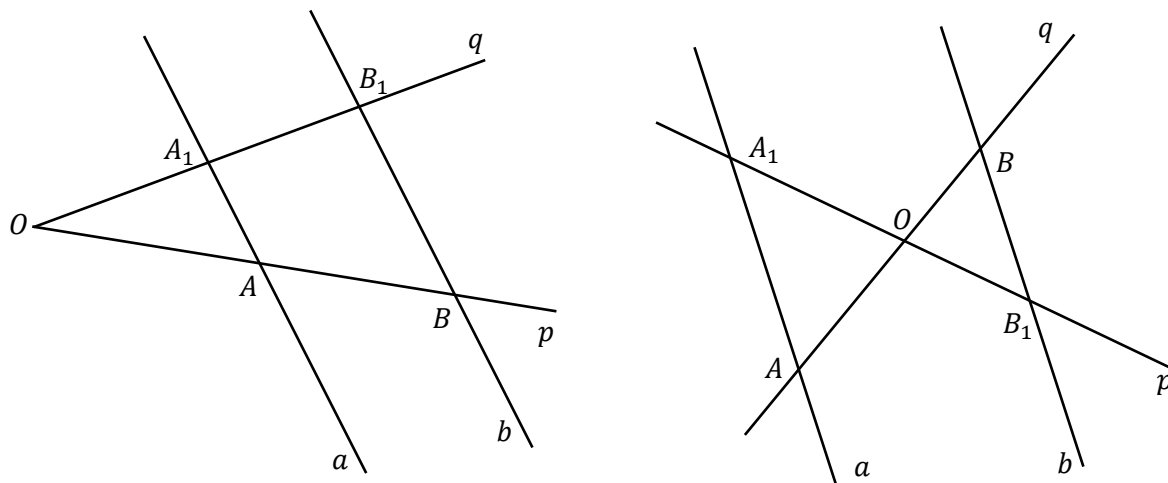


### Талесова теорема и сличност

Дате су две праве  $p$  и  $q$  које се секу у тачки  $O$ . Ако су те праве пресечене паралелним правима  $a$  и  $b$  тада је:

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OA_1}{OB_1} = \frac{AA_1}{BB_1}$$

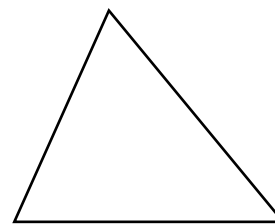
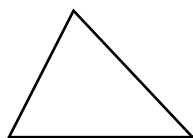


Два троугла су слична  $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$  ако имају све странице пропорционалне и све углове једнаке.

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{O}{O_1} = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{P_1}} = k$$

Ставови сличности:

**ССС**



два троугла су слична ако су им све три одговарајуће странице пропорционалне.

**СУС**

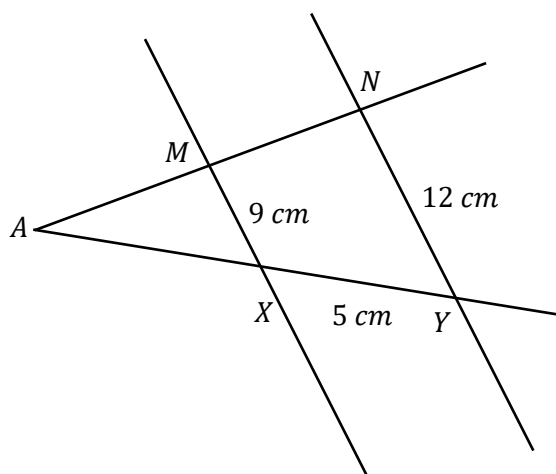
два троугла су слична ако су им две одговарајуће странице пропорционалне и једнак угао између тих страница.

**УУ**

два троугла су слична ако им је једнака два угла.

## Пример 1.

Нека је  $XM \parallel YN$ . Израчунај дужину дужи  $AX$ .



Решење:

$$\frac{AX}{AY} = \frac{XM}{YN}$$

$$XM = 9 \text{ cm}$$

$$YN = 12 \text{ cm}$$

$$XY = 5 \text{ cm}$$

$$AX = x$$

$$AY = AX + XY = x + 5$$

$$\frac{AX}{AY} = \frac{XM}{YN}$$

$$\frac{x}{x + 5} = \frac{9}{12}$$

$$12 \cdot x = 9 \cdot (x + 5)$$

$$12x = 9x + 45$$

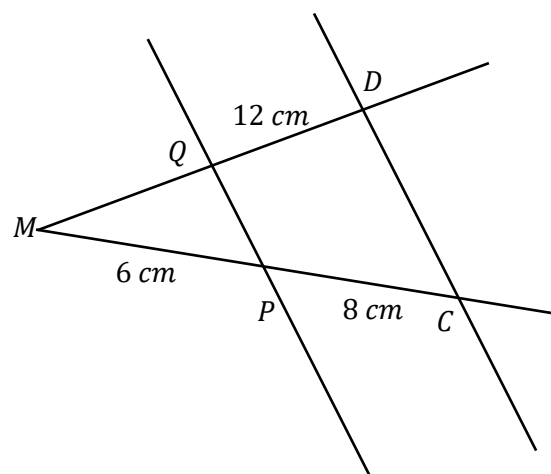
$$12x - 9x = 45$$

$$3x = 45$$

$$x = 15 \text{ cm}$$

## Пример 2.

Нека је  $PQ \parallel CD$ . Израчунај дужину дужи  $MD$ .



Решење:

$$\frac{MP}{MC} = \frac{MQ}{MD}$$

$$MP = 6 \text{ cm}$$

$$PC = 8 \text{ cm}$$

$$MC = MP + PC = 14 \text{ cm}$$

$$MD = x$$

$$QD = 12$$

$$MQ = x - 12$$

$$\frac{MP}{MC} = \frac{MQ}{MD}$$

$$\frac{6}{14} = \frac{x - 12}{x}$$

$$6 \cdot x = 14 \cdot (x - 12)$$

$$6x = 14x - 168$$

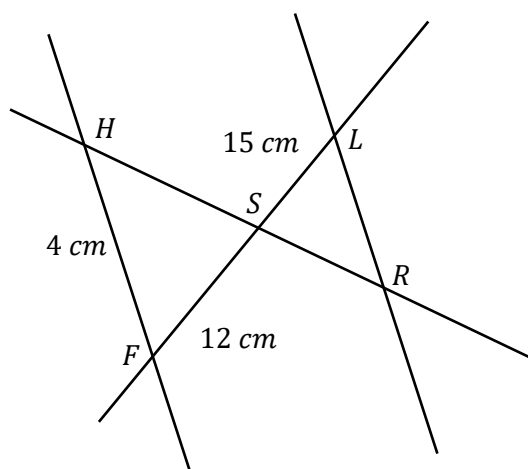
$$168 = 14x - 6x$$

$$8x = 168$$

$$x = 21 \text{ cm}$$

## Пример 3.

Нека је  $FH \parallel RL$ . Израчунај дужину дужи  $RL$ .



Решење:

$$\frac{SF}{SL} = \frac{FH}{RL}$$

$$SF = 12 \text{ cm}$$

$$SL = 15 \text{ cm}$$

$$FH = 4 \text{ cm}$$

$$RL = x$$

$$\frac{SF}{SL} = \frac{FH}{RL}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{x}$$

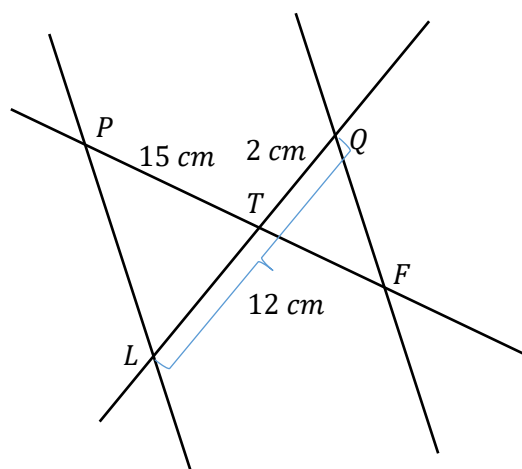
$$12 \cdot x = 15 \cdot 4$$

$$12x = 60$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

## Пример 4.

Нека је  $LP \parallel FQ$ . Израчунај дужину дужи  $TF$ .



Решење:

$$\frac{TL}{TQ} = \frac{TP}{TF}$$

$$TP = 15 \text{ cm}$$

$$TF = x$$

$$TQ = 2 \text{ cm}$$

$$TL = LQ - TQ = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{TL}{TQ} = \frac{TP}{TF}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{15}{x}$$

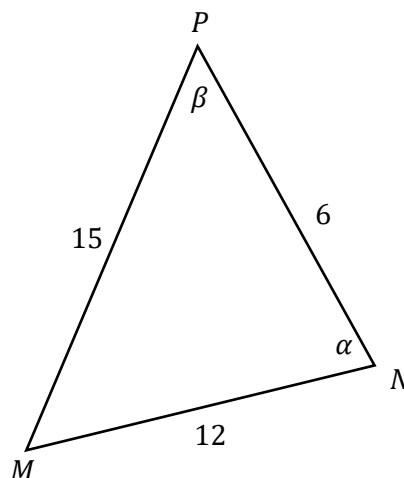
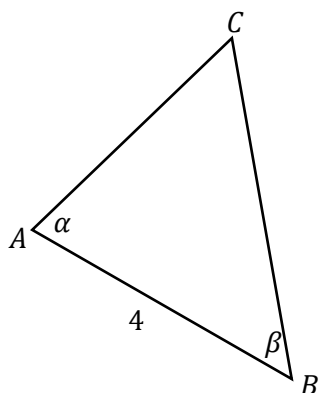
$$10 \cdot x = 2 \cdot 15$$

$$10x = 30$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

## Пример 5.

На основу података са слике израчунај дужине непознатих страница троугла.



Решење:

Троуглови  $ABC$  и  $MNP$  су слични јер имају два иста угла  $\alpha$  и  $\beta$  па су им одговарајуће странице у односу.

Нека је трећи угао  $\gamma$ .

$\alpha$  и  $\beta$  налажу на  $AB$  и  $NP$  па су оне у односу,

$\beta$  и  $\gamma$  налажу на  $BC$  и  $PM$  па су оне у односу,

$\alpha$  и  $\gamma$  налажу на  $AC$  и  $MN$  па су оне у односу.

$$\frac{AB}{NP} = \frac{BC}{PM} = \frac{AC}{NM}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{BC}{15} = \frac{AC}{12}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{BC}{15}$$

$$4 \cdot 15 = 6 \cdot BC$$

$$6 \cdot BC = 60$$

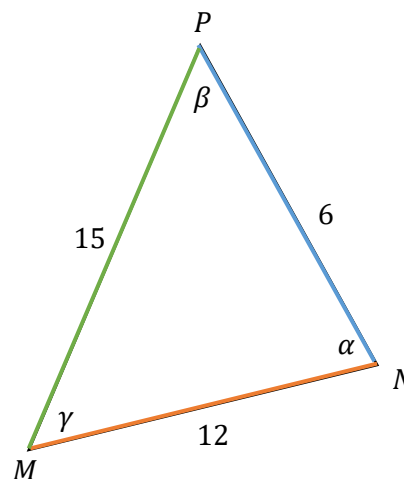
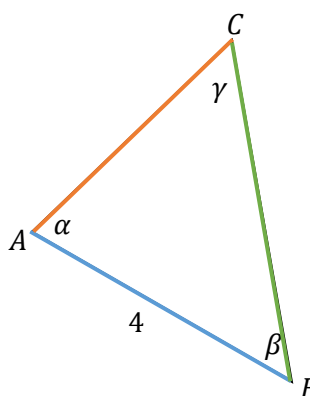
$$BC = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{AC}{12}$$

$$4 \cdot 12 = 6 \cdot AC$$

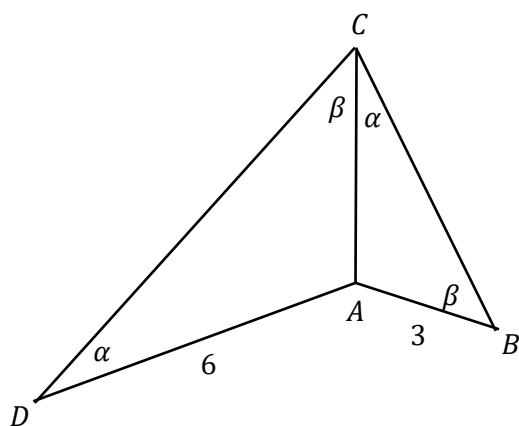
$$6 \cdot AC = 48$$

$$AC = 8 \text{ cm}$$



## Пример 6.

На основу података са слике одреди дужину странице  $AC$ .



Решење:

Троуглови  $DAC$  и  $ABC$  су слични јер имају два иста угла  $\alpha$  и  $\beta$  па су им одговарајуће странице у односу.

Нека је трећи угао  $\gamma$ .

$\alpha$  и  $\beta$  налажу на  $DC$  и  $CB$  па су оне у односу,

$\beta$  и  $\gamma$  налажу на  $CA$  и  $BA$  па су оне у односу,

$\alpha$  и  $\gamma$  налажу на  $DA$  и  $CA$  па су оне у односу.

$$\frac{DC}{CB} = \frac{CA}{BA} = \frac{DA}{CA}$$

$$\frac{DC}{CB} = \frac{CA}{3} = \frac{6}{CA}$$

$$\frac{CA}{3} = \frac{6}{CA}$$

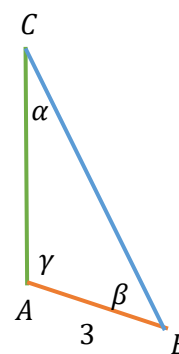
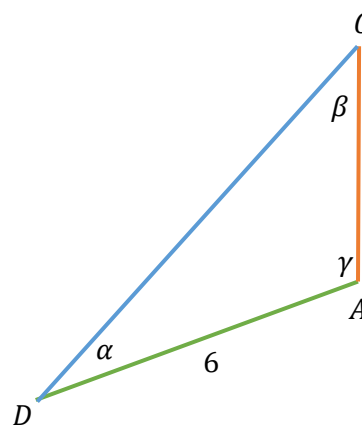
$$CA \cdot CA = 3 \cdot 6$$

$$CA^2 = 18$$

$$CA = \sqrt{18}$$

$$CA = \sqrt{9 \cdot 2}$$

$$CA = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$



*Пример 7.*

Дат је троугао  $ABC$  са страницама  $12\text{ cm}$ ,  $18\text{ cm}$  и  $8\text{ cm}$ . Израчунај обим њему сличног троугла  $A_1B_1C_1$  чија је најдужа страница  $27\text{ cm}$ .

*Решење:*

$$a = 12\text{ cm}$$

$$b = 18\text{ cm}$$

$$c = 8\text{ cm}$$

$$b_1 = 27\text{ cm}$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{O}{O_1}$$

$$O = a + b + c$$

$$O = 12 + 18 + 8$$

$$O = 38\text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_1} = \frac{O}{O_1}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{38}{O_1}$$

$$18 \cdot O_1 = 27 \cdot 38$$

$$O_1 = \frac{27 \cdot 38}{18}$$

$$O_1 = 57\text{ cm}$$

*Пример 8.*

Обим једнакокраког троугла је  $30\text{ cm}$  а крак је за  $3\text{ cm}$  дужи од основице. Израчунај обим њему сличног троугла чија је основица  $20\text{ cm}$ .

*Решење:*

$$O = 30\text{ cm}$$

$$b = a + 3$$

$$O = a + 2b$$

$$30 = a + 2 \cdot (a + 3)$$

$$30 = a + 2a + 6$$

$$30 - 6 = a + 2a$$

$$3a = 24$$

$$a = 8\text{ cm}$$

$$b = 8 + 3$$

$$b = 11\text{ cm}$$

$$a_1 = 20\text{ cm}$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{O}{O_1}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{30}{O_1}$$

$$8 \cdot O_1 = 20 \cdot 30$$

$$O_1 = \frac{20 \cdot 30}{8}$$

$$O_1 = 75\text{ cm}$$