

Линеарне једначине

сабирак + сабирак = збир

непознати сабирак = збир – познати сабирак

Пример 1.

Реши једначине:

$$1) x + 5 = 11$$

$$2) 7 + x = 2$$

$$3) -5 + x = 1$$

$$4) -9 + x = -4$$

$$5) x + \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$6) -\frac{7}{9} + x = \frac{5}{9}$$

$$7) x + 0,5 = -1,6$$

$$8) -0,7 + x = 2,3$$

Решење:

$$1) x + 5 = 11$$

$$x = 11 - 5$$

$$x = 6$$

$$2) 7 + x = 2$$

$$x = 2 - 7$$

$$x = -5$$

$$3) -5 + x = 1$$

$$x = 1 - (-5)$$

$$x = 1 + 5$$

$$x = 6$$

$$4) -9 + x = -4$$

$$x = -4 - (-9)$$

$$x = -4 + 9$$

$$x = 5$$

$$5) x + \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$x = -\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$$

$$x = -\frac{6}{6}$$

$$x = -1$$

$$6) -\frac{7}{9} + x = \frac{5}{9}$$

$$x = \frac{5}{9} - \left(-\frac{7}{9}\right)$$

$$x = \frac{5}{9} + \frac{7}{9}$$

$$x = \frac{12}{9} \quad (:3)$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$7) x + 0,5 = -1,6$$

$$x = -1,6 - 0,5$$

$$x = -2,1$$

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ +0,5 \\ \hline 2,1 \end{array}$$

$$8) -0,7 + x = 2,3$$

$$x = 2,3 - (-0,7)$$

$$x = 2,3 + 0,7$$

$$x = 3$$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ +0,7 \\ \hline 3,0 \end{array}$$

умањеник - умањилац = разлика

умањеник = разлика + умањилац

умањилац = умањеник - разлика

Пример 2.

Решити једначине:

$$1) x - 7 = 11$$

$$2) 9 - x = 2$$

$$3) -5 - x = 2$$

$$4) -9 - x = -5$$

$$5) x - \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$6) -\frac{7}{9} - x = \frac{5}{9}$$

$$7) x - 1,5 = -2,6$$

$$8) -1,7 - x = 2,5$$

Решење:

$$1) x - 7 = 11$$

$$x = 11 + 7$$

$$x = 18$$

$$2) 9 - x = 2$$

$$x = 9 - 2$$

$$x = 7$$

$$3) -5 - x = 2$$

$$x = -5 - 2$$

$$x = -7$$

$$4) -9 - x = -5$$

$$x = -9 - (-5)$$

$$x = -9 + 5$$

$$x = -4$$

$$5) x - \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$x = -\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$6) -\frac{7}{9} - x = \frac{5}{9}$$

$$x = -\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$$

$$x = -\frac{12}{9}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$7) x - 0,5 = -1,6$$

$$x = -2,6 + 1,5$$

$$x = -1,1$$

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ -1,5 \\ \hline 1,1 \end{array}$$

$$8) -1,7 - x = 2,5$$

$$x = -1,7 - 2,5$$

$$x = -4,2$$

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ +2,5 \\ \hline 4,2 \end{array}$$

чиницац · чиницац = производ**непознати чиницац = производ : чиницац***Пример 3.*

Решити једначине:

1) $7 \cdot x = 35$

2) $x \cdot (-5) = 45$

3) $-11 \cdot x = -253$

4) $-6 \cdot (-x) = -42$

5) $\frac{3}{10} \cdot x = 1\frac{4}{5}$

6) $1\frac{1}{3} \cdot (-x) = -\frac{3}{5}$

7) $x \cdot 0,25 = -0,5$

8) $3,2 \cdot (-x) = 4,8$

Решење:

1) $7 \cdot x = 35$

$x = 35 : 7$

$x = 5$

2) $x \cdot (-5) = 45$

$x = 45 : (-5)$

$x = -9$

3) $-11 \cdot x = -22$

$x = -22 : (-11)$

$x = 2$

4) $-6 \cdot (-x) = -42$

$-x = -42 : (-6)$

$-x = 7$

$x = 7 : (-1)$

$x = -7$

5) $\frac{3}{10} \cdot x = 1\frac{4}{5}$

$\frac{3}{10} \cdot x = \frac{9}{5}$

$x = \frac{9}{5} : \frac{3}{10}$

$x = \frac{9}{5} \cdot \frac{10}{3}$

$x = 6$

6) $1\frac{1}{3} \cdot (-x) = -\frac{3}{5}$

$\frac{4}{3} \cdot (-x) = -\frac{3}{5}$

$-x = -\frac{3}{5} : \frac{4}{3}$

$-x = -\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$

$-x = -\frac{9}{20} \quad / \cdot (-1)$

$x = \frac{9}{20}$

7) $x \cdot 0,25 = -0,5$

$x = -0,5 : 0,25 \quad (\cdot 100)$

$x = -50 : 25$

$x = -2$

8) $3,2 \cdot (-x) = 4,8$

$-x = 4,8 : 3,2 \quad (\cdot 10)$

$-x = 48 : 32$

$-x = \frac{48}{32}$

$-x = \frac{3}{2} \quad / \cdot (-1)$

$x = -\frac{3}{2} \quad (\cdot 5)$

$x = -\frac{15}{10}$

$x = -1,5$

дељеник : делилац = количник

дењеник = количник · делилац

делилац = дељеник : количник

Пример 4.

Решити једначине:

$$1) x:5 = 7$$

$$2) x:(-4) = 2$$

$$3) -2:x = -3$$

$$4) 14:x = 5$$

$$5) \frac{3}{4}:x = -\frac{9}{10}$$

$$6) x:\left(-1\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{3}$$

$$7) x:1,5 = 0,12$$

$$8) -25,2:x = 3,5$$

Решење:

$$1) x:5 = 7$$

$$x = 7 \cdot 5$$

$$x = 35$$

$$2) x:(-4) = 2$$

$$x = 2 \cdot (-4)$$

$$x = -8$$

$$3) -2:x = -3$$

$$x = -2:(-3)$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$4) 14:x = 5$$

$$x = 14:5$$

$$x = \frac{14}{5}$$

$$x = 2\frac{4}{5}$$

$$5) \frac{3}{4}:x = -\frac{9}{10}$$

$$x = \frac{3}{4}:\left(-\frac{9}{10}\right)$$

$$x = \frac{3^1}{4^1}:\left(-\frac{10^5}{9^3}\right)$$

$$x = -\frac{5}{6}$$

$$6) x:\left(-1\frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{3}$$

$$x = 2\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^1$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$x = -3\frac{1}{2}$$

$$7) x:1,5 = 0,12$$

$$x = 0,12 \cdot 1,5$$

$$x = 0,18$$

$$12 \cdot 15$$

$$60$$

$$\frac{12}{180}$$

$$180$$

$$8) -25,2:x = 3,5$$

$$x = -25,2:3,5 \quad (\cdot 10)$$

$$x = -252:35$$

$$x = -7,2$$

$$252:35 = 7,2$$

$$\frac{-245}{70}$$

$$-70$$

$$\frac{-70}{0}$$

Линеарна једначина са једном непознатом x је свака једначина облика $a \cdot x = b$, при чему су a и b су реални бројеви.

Решење линеарне једначине $a \cdot x = b$ је сваки реалан број x_0 за који је $a \cdot x_0 = b$.

Линеарна једначина $a \cdot x = b$:

- има **јединствено решење** облика $x = \frac{b}{a}$ ако је $a \neq 0$;
- има **бесконечно много решења** ако је $a = 0$ и $b = 0$ и таква једначина је неодређена;
- **нема решења** ако је $a = 0$ и $b \neq 0$ и таква једначина је немогућа.

Решавање једначина:

- ослободимо се разломака ако их има тако што целу једначину множимо са НЗС за све имениоце;
- ослобађамо се заграде множећи сваки са сваким;
- пребацујемо непознате на једну страну једнакости а познате на другу при чему водимо рачуна да се мења предзнак броја кад мења страну;
- средимо обе стране да добијемо општи облик једначине коју решимо.

Пример 5.

Решити једначине:

- 1) $3x - 7 = 11$
- 2) $2 \cdot (3x - 5) + 4 = 6 \cdot (x - 1)$
- 3) $3x - 2 \cdot (4x + 7) = 2 - 5x$

Решење:

- 1) $3x - 7 = 11$
 $3x = 11 + 7$
 $3x = 18$
 $x = 18 : 3$
 $x = 6$ једначина има јединствено решење

- 2) $2 \cdot (3x - 5) + 4 = 6 \cdot (x - 1)$
 $6x - 10 + 4 = 6x - 6$
 $6x - 6x = 10 - 4 - 6$
 $0 = 0$ једначина има бесконачно много решења

- 3) $3x - 2 \cdot (4x + 7) = 2 - 5x$
 $3x - 8x - 14 = 2 - 5x$
 $3x - 8x + 5x = 2 + 14$
 $0 = 16$ једначина нема решења

Пример 6.

Решити једначину:

$$\frac{x-5}{7} + 2 = \frac{2x-3}{2} - \frac{6x+5}{14}$$

Решење:

$$\begin{array}{ccc|c} 7 & 2 & 14 & 2 \\ 7 & 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{НЗС}(7,2,14) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\frac{x-5}{7} + 2 = \frac{2x-3}{2} - \frac{6x+5}{14} \quad / \cdot 14$$

$$\cancel{14} \cdot \frac{x-5}{\cancel{7}_1} + 14 \cdot 2 = \cancel{14} \cdot \frac{2x-3}{\cancel{2}_1} - \cancel{14} \cdot \frac{6x+5}{\cancel{14}_1}$$

$$2 \cdot (x-5) + 14 \cdot 2 = 7 \cdot (2x-3) - 1 \cdot (6x+5)$$

$$2x - 10 + 28 = 14x - 21 - 6x - 5$$

$$2x - 14x + 6x = 10 - 28 - 21 - 5$$

$$-6x = -44 \quad / \cdot (-1)$$

$$6x = 44$$

$$x = \frac{44}{6} \quad (:2)$$

$$x = \frac{22}{3}$$

$$x = 7\frac{1}{3}$$

Пример 7.

Решити једначину:

$$\frac{3x-5}{3} + \frac{2-x}{4} = \frac{5x-3}{6} - \frac{5-2x}{2}$$

Решење:

$$\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 6 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{НЗС}(3,4,6,2) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{3x-5}{3} + \frac{2-x}{4} = \frac{5x-3}{6} - \frac{5-2x}{2} \quad / \cdot 12$$

$$\cancel{12}^4 \cdot \frac{3x-5}{\cancel{3}_1} + \cancel{12}^3 \cdot \frac{2-x}{\cancel{4}_1} = \cancel{12}^2 \cdot \frac{5x-3}{\cancel{6}_1} - \cancel{12}^6 \cdot \frac{5-2x}{\cancel{2}_1}$$

$$4 \cdot (3x-5) + 3 \cdot (2-x) = 2 \cdot (5x-3) - 6 \cdot (5-2x)$$

$$12x - 20 + 6 - 3x = 10x - 6 - 30 + 12x$$

$$12x - 3x - 10x - 12x = 20 - 6 - 6 - 30$$

$$-13x = -22 \quad / \cdot (-1)$$

$$13x = 22$$

$$x = \frac{22}{13}$$

Једначина облика $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$

Једначина облика $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \wedge B \neq 0$

Пример 8.

Решити једначине:

1) $(4x - 5) \cdot (3 - 2x) = 0$

2) $\frac{2-7x}{3-5x} = 0$

Решење:

1)

$$(4x - 5) \cdot (3 - 2x) = 0$$

$$\begin{array}{l} 4x - 5 = 0 \\ 4x = 5 \\ x = \frac{5}{4} \end{array} \quad \vee \quad \begin{array}{l} 3 - 2x = 0 \\ -2x = -3 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$$

2)

$$\frac{2 - 7x}{3 - 5x} = 0$$

$$\begin{array}{l} 2 - 7x = 0 \\ -7x = -2 \\ x = \frac{2}{7} \end{array} \quad \wedge \quad \begin{array}{l} 3 - 5x \neq 0 \\ -5x = -3 \\ x = \frac{3}{5} \end{array}$$