

Дељивост и дељење са остатком

Број је дељив са 2 уколико се завршава парном цифром.

Број је дељив са 3 уколико је збир цифара тог броја дељив са 3.

Број је дељив са 4 уколико су последње две цифре тог броја дељиве са 4.

Број је дељив са 5 уколико се завршава са 0 или 5.

Број је дељив са 6 уколико је дељив и са 2 и са 3.

Број је дељив са 8 уколико су му последње три цифре дељиве са 8.

Број је дељив са 9 уколико му је збир цифара дељив са 9.

Број је дељив са 10, 100, 1000, уколико се завршава ја једном, две, три, ... 0.

Број је дељив са 25 уколико се завршава са 00, 25, 50, 75.

Пример 1.

Дати су бројеви: 12, 260, 125, 306, 945, 516, 3256, 5800. Који од њих је дељив са 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9?

Решење:

Дељиви са 2 су бројеви: 12, 260, 306, 516, 3256, 5800.

Дељиви са 3 су бројеви: 12, 306, 945, 516.

Дељиви са 4 су бројеви: 12, 260, 516, 3256, 5800.

Дељиви са 5 су бројеви: 260, 125, 945, 5800.

Дељиви са 6 су бројеви: 12, 306, 516.

Дељиви са 8 су бројеви: 3256, 5800.

Дељиви са 9 су бројеви: 306, 945.

Прост број је број који је дељив са самим собом и са 1.

Неки прости бројеви су: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Сложен број је број који није прост тј. сваки број који има више од два делиоца.

Неки сложени бројеви су: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, ...

Јединица није ни прост ни сложен број.

Пример 2.

Одредити остатак при дељењу бројева: 35 и 2; 347 и 5; 703 и 4.

Решење:

$$\begin{array}{r} 35:2 = 17 \\ -2 \\ \hline 15 \\ -14 \\ \hline 1 \text{ остатак} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347:5 = 69 \\ -30 \\ \hline 47 \\ -45 \\ \hline 2 \text{ остатак} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 703:4 = 175 \\ -4 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 23 \\ -20 \\ \hline 3 \text{ остатак} \end{array}$$

Уколико су два броја дељива остатак је 0.

Пример 3.

Одреди остатак при дељењу бројева: 175 и 7; 3852 и 12.

Решење:

$$\begin{array}{r} 175:7 = 25 \\ -14 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 0 \text{ остатак} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3852:12 = 321 \\ -36 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \text{ остатак} \end{array}$$

Пример 4.

Којим цифрама можеш заменити * да троцифрени бројеви 21* буду дељиви са три?

Решење:

* може да буде из скупа {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Проверавамо редом шта може да се упише уместо звезде да збир цифара буде дељив са три тј. да троцифрени број буде дељив са три:

$$2+1+0=3 \text{ може } 0$$

$$2+1+5=8 \text{ не може } 5$$

$$2+1+1=4 \text{ не може } 1$$

$$2+1+6=9 \text{ може } 6$$

$$2+1+2=5 \text{ не може } 2$$

$$2+1+7=10 \text{ не може } 7$$

$$2+1+3=6 \text{ може } 3$$

$$2+1+8=11 \text{ не може } 8$$

$$2+1+4=7 \text{ не може } 4$$

$$2+1+9=12 \text{ може } 9$$

Дакле, * може да се замени са неким елементом скупа {0,3,6,9}.

Пример 5.

Којим цифрама можеш заменити * да троцифрени бројеви *31 буду дељиви са три?

Решење:

* може да буде из скупа {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Проверавамо редом шта може да се упише уместо звездице да збир цифара буде дељив са три тј. да троцифрени број буде дељив са три:

$$1+3+1=5 \text{ не може } 1$$

$$6+3+1=10 \text{ не може } 6$$

$$2+3+1=6 \text{ може } 2$$

$$7+3+1=11 \text{ не може } 7$$

$$3+3+1=7 \text{ не може } 3$$

$$8+3+1=12 \text{ може } 8$$

$$4+3+1=8 \text{ не може } 4$$

$$9+3+1=13 \text{ не може } 9$$

$$5+3+1=9 \text{ може } 5$$

Дакле, * може да се замени са неким елементом скупа {2,5,8}.

Пример 6.

Помоћу цифара 5,7 и 0 напиши све троцифрене бројеве дељиве са 2, са 3 и са 5 тако да се цифре не понављају.

Решење:

Да би број био дељив са два на последњем месту мора да буде 0.

Бројеви дељиви са два су: 570 и 750.

Пошто је $5+7+0=12$ сви троцифрени бројеви написани помоћу ових цифара су дељиви са 3, једино треба водити рачуна да 0 не може да буде на почетку броја.

Бројеви дељиви са три су: 507, 570, 705, 750.

Да би број био дељив са пет на последњем месту мора да буде 0 или 5, број не може да почне са 0.

Бројеви дељиви са пет су: 570, 750, 705.

Пример 7.

Помоћу цифара 3, 5 и 0 напиши све двоцифрене бројеве дељиве са 5.

Решење:

Бројеви дељиви са пет су: 30, 50, 35, 55.

Пример 8.

Помоћу цифара 0, 2 и 4 напиши све троцифрене бројеве дељиве са три.

Решење:

Посматрамо бројеве који имају све различите цифре и бројеве у којима се цифра понавља два пута или три пута.

$0+2+4=6$ сви троцифрени бројеви написани помоћу ових цифара су дељиви са три, једино нула не сме да буде на почетку броја: 204, 240, 402, 420

$0+0+2=2$ није дељиво са три

$0+0+4=4$ није дељиво са три

$2+2+0=4$ није дељиво са три

$4+4+0=8$ није дељиво са три

$4+4+2=10$ није дељиво са три

$2+2+2=6$ јесте дељиво са три: 222

$4+4+4=12$ јесте дељиво са три: 333

Дакле, бројеви дељиви са три су: 204, 240, 402, 420, 222, 333.

Пример 9.

Одреди најмањи четвороцифрен број дељив са 18.

Решење:

Број је дељив са 18 ако је дељив са 2 и са 9.

Цифре се могу понављати јер није речено другачије.

Тражи се најмањи четвороцифрен број па ћемо кренути од 100*.

* можемо заменити са неком од цифара 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 али тако да добијемо број дељив и са 2 и са 9.

Број дељив са 2 ако се завршава са 0, 2, 4, 6, 8.

Број је дељив са 9 ако му је збир цифара дељив са 9.

У нашем броју 100* је збир цифара $1+0+0=1$ што значи да требамо додати 8 да би било $1+0+0+8=9$.

Дакле, тражени број је 1008.

Провера: $1008:18 = 56$

Пример 10.

Одреди највећи шестоцифрени број који је дељив са 6 и све цифре су му различите.

Решење:

Број је дељив са 6 ако је дељив са 2 и са 3.

Тражи се највећи петоцифрен број у ком се цифре не понављају па ћемо кренути од 9876*.

* можемо заменити са 5, 4, 3, 2, 1, 0 пошто нема понављања цифара.

Број је дељив са 2 ако је паран па тражена цифра може да буде 4, 2, 0.

Знамо да је број дељив са 3 ако му је збир цифара дељив са 3.

У нашем броју 9876* је збир цифара $9+8+7+6=30$ а то је дељиво са три што значи да морамо додати 0 јер је $9+8+7+6+0=30$, ако додамо 2 или 4 не добијамо збир дељив са 3 јер је $9+8+7+6+2=32$ и $9+8+7+6+4=34$.

Дакле, тражени број је: 98760.

Провера: $98760:6 = 16460$

Пример 11.

Одреди најмањи троцифрен број дељив са 12.

Решење:

Број је дељив са 12 ако је дељив са 3 и са 4.

Како се тражи најмањи број, кренућемо са 10*.

* можемо заменити са 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Број је дељив са 4 ако му је двоцифрени завршетак дељив са 4 па на последњем месту могу бити 0, 4, 8 да би двоцифрени завршетак 00, 04, 08 нио дељив са 4.

Да би био дељив са 3 збир цифара мора да је дељив са 3.

И нашем броју 10* збир цифара је $1+0=1$ што значи да треба да додамо 8 да би збир био дељив са 3 јер је $1+0+8=9$, ако додамо 0 или 4 не добијамо збир дељив са 3 јер је $1+0+0=1$ и $1+0+4=5$.

Дакле, тражени број је: 108.

Провера: $108:12 = 9$

Пример 12.

Одреди најмањи природан број који при дељењу са 6, 8 и 10 даје остатак 1.

Решење:

Тражени број је НЗС(6,8,10) плус 1.

| | | | | |
|---|---|----|--|---|
| 6 | 8 | 10 | | 2 |
| 3 | 4 | 5 | | 2 |
| 3 | 2 | 5 | | 2 |
| 3 | 1 | 5 | | 3 |
| 1 | 1 | 5 | | 5 |
| 1 | 1 | 1 | | |

$$\text{НЗС}(6,8,10) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Тражени број је $120+1=121$.